

Алгоритм Евклида реализует поиск наибольшего общего делителя двух чисел a и b .

$$\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(a - b, b)$$

Пример: $\text{НОД}(511, 292) = \text{НОД}(219, 292) = \text{НОД}(219, 73) = \text{НОД}(146, 73) = \text{НОД}(73, 73) = 73$.

1. Докажите формулу: $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(b, r)$, где r – остаток от деления a на b .
2. Найдите НОД чисел: а) 1313 и 13953; б) $10^7 - 1$ и $10^5 - 1$; в) ; г) $a^n - 1$ и $a^m - 1$.
3. На какое число и при каких натуральных n сократима дробь $\frac{3n+4}{2n+5}$?
4. Докажите, что следующие дроби несократимы при всех натуральных значениях n :
а) $\frac{2n+13}{n+7}$; б) $\frac{2n^2-1}{n+1}$; в) $\frac{n^2-n+1}{n^2+1}$.
5. Хулиган Вася отобрал у милой девочки Маши открытку размерами $m \times n$ сантиметров и начал ее резать. Каждый раз он отрезает от открытки квадрат с максимально возможной стороной. Добрый преподаватель отобрал у хулигана Васи остаток открытки, который имеет форму квадрата. С какой стороной?
6. Существует ли в сутках момент, когда часовая, минутная и секундная стрелки правильно идущих часов образуют попарно углы 120 градусов?
7. Правительство Страны-Государства выпустило в обращение купюры достоинством 65 и 999 тугриков.
а) Докажите, что этими купюрами можно заплатить любую сумму денег (возможно, со сдачей).
б) Докажите, что любую сумму большую 1000000 тугриков можно заплатить этими купюрами без сдачи.

Алгоритм Евклида реализует поиск наибольшего общего делителя двух чисел a и b .

$$\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(a - b, b)$$

Пример: $\text{НОД}(511, 292) = \text{НОД}(219, 292) = \text{НОД}(219, 73) = \text{НОД}(146, 73) = \text{НОД}(73, 73) = 73$.

1. Докажите формулу: $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(b, r)$, где r – остаток от деления a на b .
2. Найдите НОД чисел: а) 1313 и 13953; б) $10^7 - 1$ и $10^5 - 1$; в) ; г) $a^n - 1$ и $a^m - 1$.
3. На какое число и при каких натуральных n сократима дробь $\frac{3n+4}{2n+5}$?
4. Докажите, что следующие дроби несократимы при всех натуральных значениях n :
а) $\frac{2n+13}{n+7}$; б) $\frac{2n^2-1}{n+1}$; в) $\frac{n^2-n+1}{n^2+1}$.
5. Хулиган Вася отобрал у милой девочки Маши открытку размерами $m \times n$ сантиметров и начал ее резать. Каждый раз он отрезает от открытки квадрат с максимально возможной стороной. Добрый преподаватель отобрал у хулигана Васи остаток открытки, который имеет форму квадрата. С какой стороной?
6. Существует ли в сутках момент, когда часовая, минутная и секундная стрелки правильно идущих часов образуют попарно углы 120 градусов?
7. Правительство Страны-Государства выпустило в обращение купюры достоинством 65 и 999 тугриков.
а) Докажите, что этими купюрами можно заплатить любую сумму денег (возможно, со сдачей).
б) Докажите, что любую сумму большую 1000000 тугриков можно заплатить этими купюрами без сдачи.